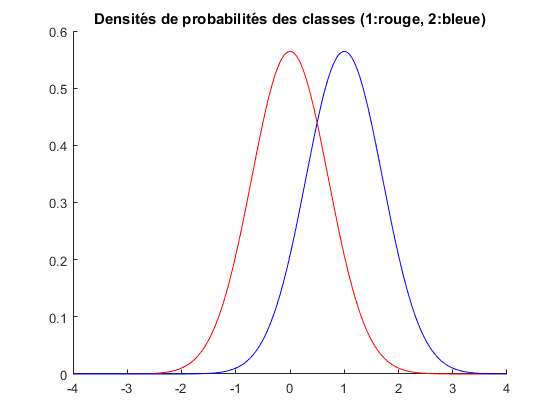
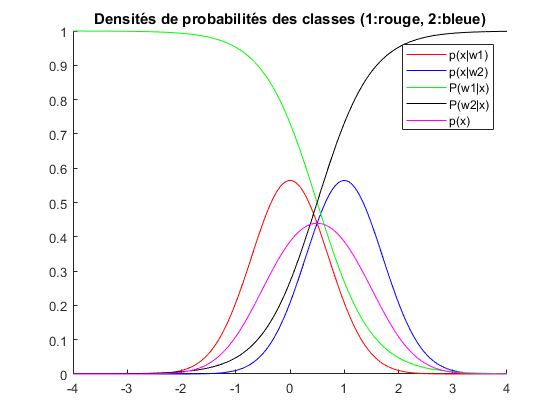
Exercice 1 :

QP) La variance est de 1/.

1.a)

1.b)



1.c)

On cherche xs tel que p(xs|w1) P(w1) = p(xs|w2) P(w2).

La fonction ln est injective et strictement croissante de ]0, 1] dans R- donc en posant

g1(x) = ln(p(x|w1) \* P(w1)) et g2(x) = ln(p(x|w2) \* P(w2)), alors on cherche xs tel que g1(xs) = g2(xs).

D’où : -1/2 \* ln(π) – xs² = -1/2 \* ln(pi) – (xs – 1)².

Puis : xs² = (xs – 1)².

On déduit **xs = ½**.

La synthèse fonctionne.

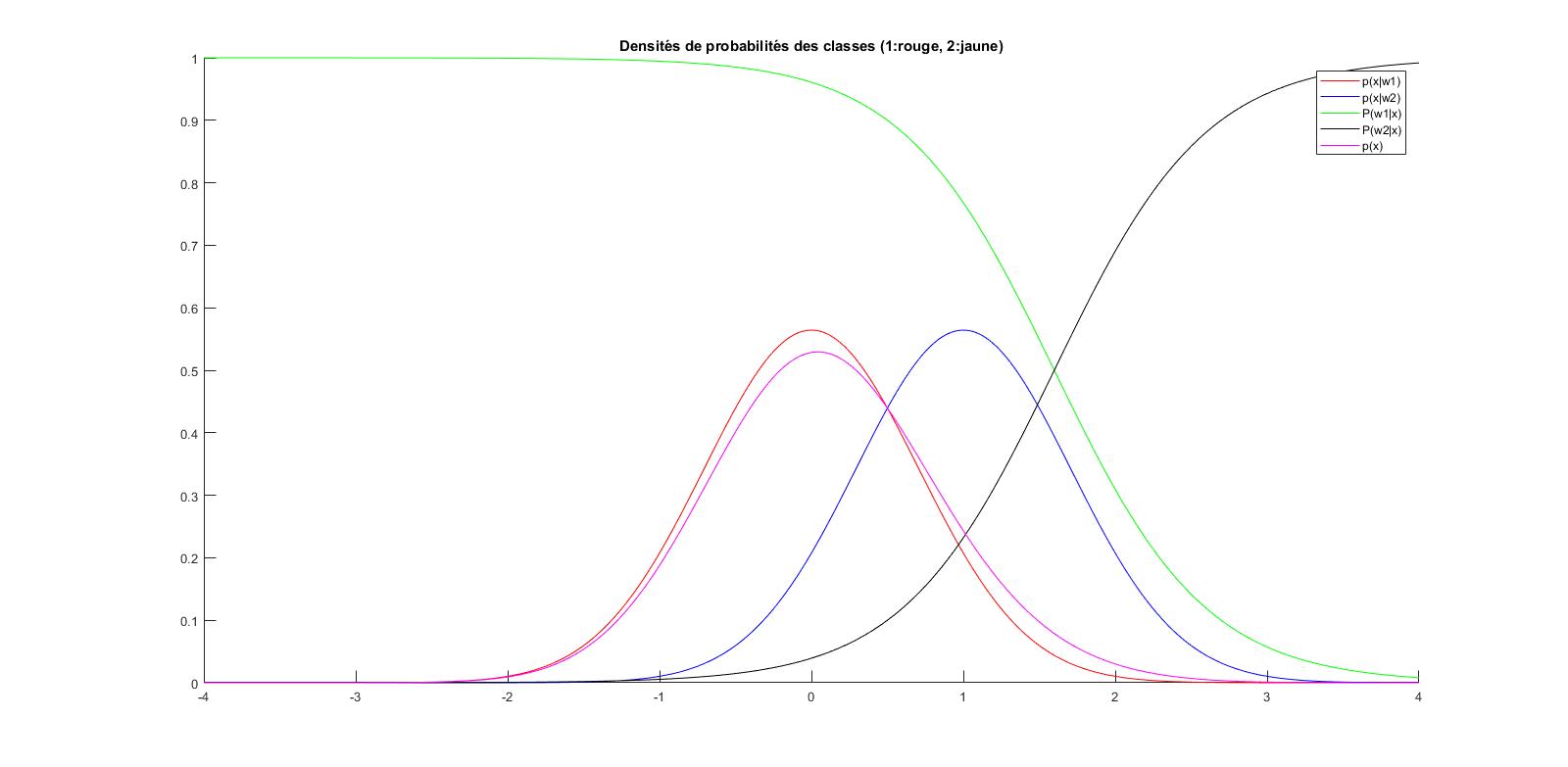
1.d)

L’erreur se calcule en faisant :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Mu | Sigma | Perreur | Xb1 | Xb2 |
| 0.5 | 1/ | 0.3618 | 0.25 | - |
| 2 | 1/ | 0.0787 | 1 | - |
| 1 | 0.25 | 0.1867 | 1.29410675 | 0.83922659 |
| 1 | 1 | 0.2711 | 0.6410811 | -2.6410811 |
| 1 | 2 | 0.2862 | 1.01969076 | -1.30540504 |
| 1 | 1/ | 0.2398 | 0.5 | - |

On remarque que plus Mu est loin de zéro, plus l’erreur est faible. La variance interclasse va augmenter lorsque Mu augmentera.

Lorsque sigma augmente, alors l’erreur augmente. En effet, les gaussiennes s’étalent lorsque sigma augmente. Il sera donc plus difficile de séparer les gaussiennes.

2.a)

On recherche le seuil optimum :

On cherche xs tel que p(xs|w1) P(w1) = p(xs|w2) P(w2).

On a alors :

1/ \* e -x² \* 0.9 = 1/ \* e –(x-1)² \* 0.1

La fonction ln est injective et strictement croissante de ]0, 1] dans R- donc en posant

g1(x) = ln(p(x|w1) \* P(w1)) et g2(x) = ln(p(x|w2) \* P(w2)), alors on cherche xs tel que g1(xs) = g2(xs).

On obtient donc :

-x² + 2\*ln(3) – ln(10) = -(x-1)² - ln(10)

2\*x = 1+2\*ln(3)

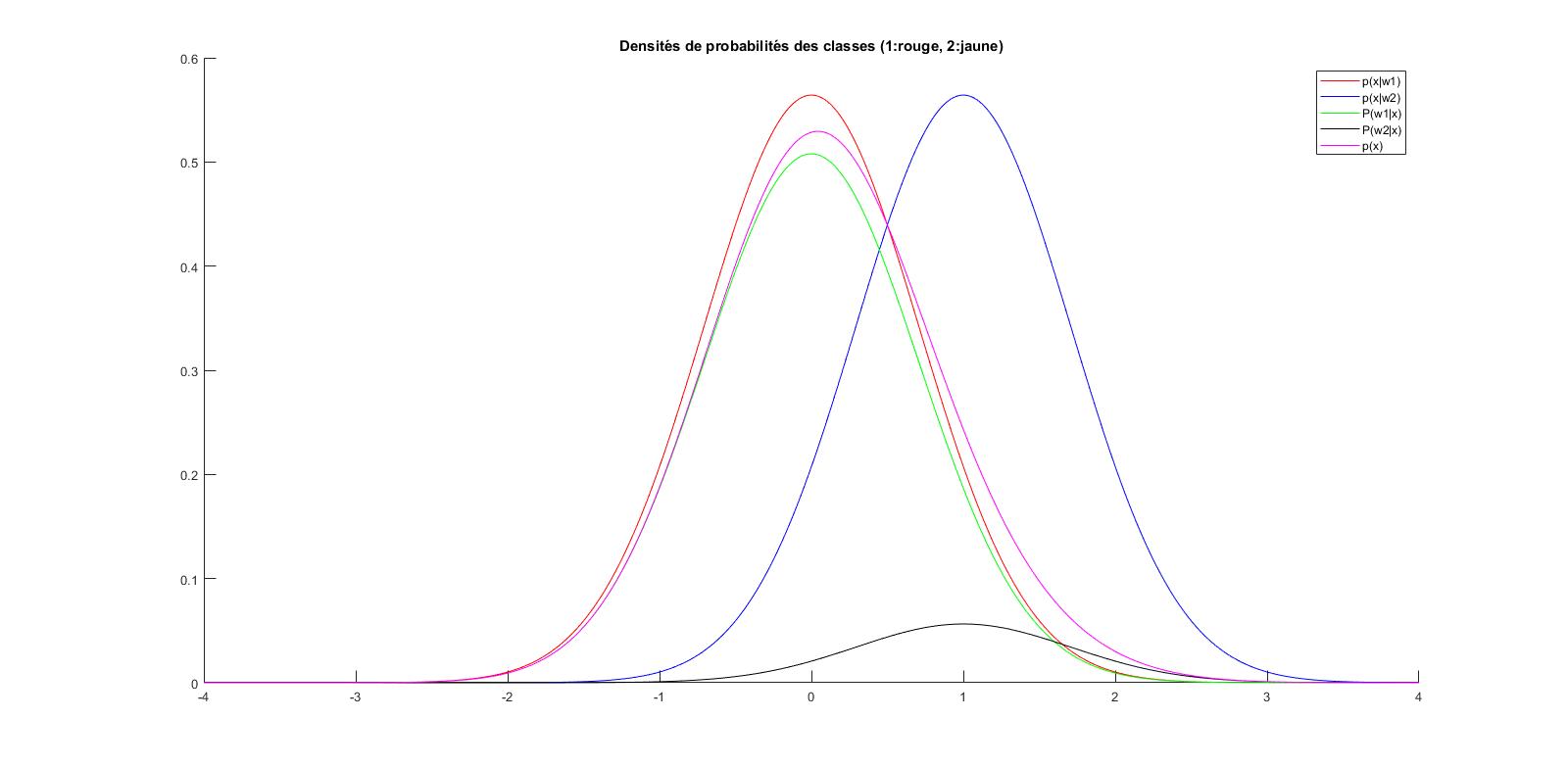
x = ½ + ln(3)

x = 1.60

On a alors une erreur de 0.0908.

2.b) Le seuil s’éloigne de Mu1. Il y a un décalage entre le point d’intersection des probabilités à postériori et le point d’intersection des probabilités à priori.

2.c)



Le seuil optimal reste le même car pour tout vecteur a et b, si a = b alors a\*p(x) = b\*p(x).

Exercice 2 :

2.3.1)